

Toepassingen van Wiskunde in de Muziek, de Haven en het Voetbal

Matteo Balliau



16 Februari 2019

INLEIDING: OVER MEZELF

- Latijn – Wiskunde 8 uur
- Master Handelsingenieur (technologiemanagement)
- Afronding doctoraat transporteconomie

- Passies:
 - Voetbal
 - Muziek
 - Wiskunde, wetenschap en economie

INHOUD

- Drie toepassingen wiskunde aan Faculteit Bedrijfskunde en Economie, Universiteit Antwerpen:
 1. Optimalisatie van pianovingerzettingen: Operations Research
 2. Optimalisatie van haveninvesteringen
 3. Behoud van jeugdvoetballers in eigen land

A variable neighbourhood search algorithm to generate piano fingerings for polyphonic sheet music

Matteo Balliau

Promoters: dr. Dorien Herremans,
drs. Daniel Palhazi Cuervo,
prof. dr. Kenneth Sörensen

INHOUD

- Inleiding
- Probleembeschrijving
- Algoritme
- Experimenten
- Resultaten
- Conclusie

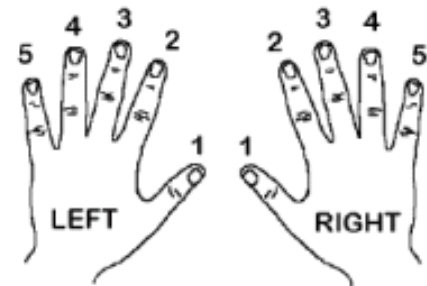
FILMPJE

INLEIDING

- Belang van een vingerzetting (VZ): **speelbaarheid**
- **Doelstelling:**
 - Kwantificeren van de kwaliteit van polyfone VZ
 - Efficiënt algoritme ontwikkelen dat:
 - Een goede oplossing kan berekenen
 - In een korte rekentijd

PROBLEEMBESCHRIJVING (1)

- Probleem omzetten in “Combinatorisch optimalisatie probleem”
 - Exponentieel
 - Linker en rechterhand apart optimaliseren
-
- Beslissingsvariabelen:
 - Welke vinger op een noot?
 - Voorstelling: 1 to 5



PROBLEEMBESCHRIJVING (2)

- Wiskundig vertalen in een doelfunctie:
 - Moeilijkheid: minimaliseren
 - Afstanden:
 - Voor elk vingerpaar
 - Kan aangepast worden aan de gebruiker

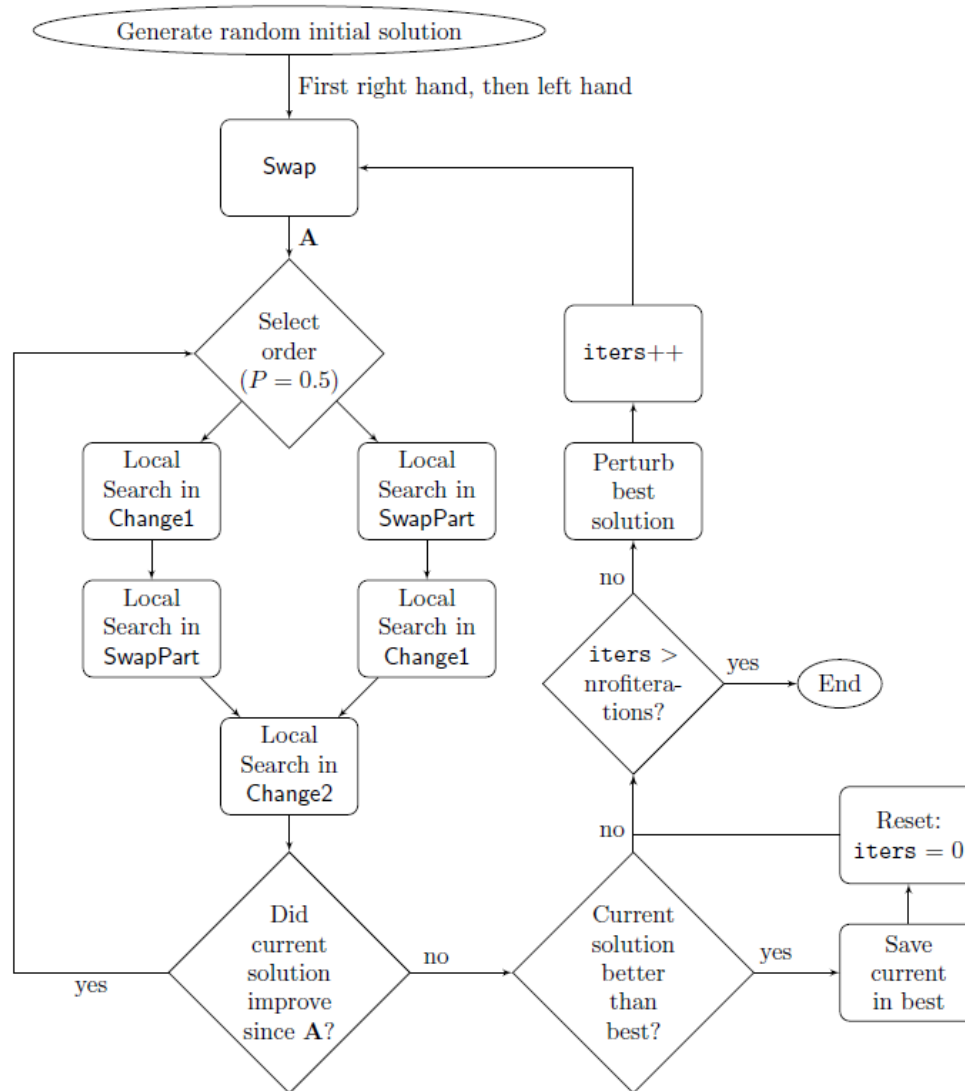
PROBLEEMBESCHRIJVING (3)

- Doelfunctie:
 - Soorten regels:
 - Afstanden tussen opeenvolgende noten
 - Afstanden binnen een akkoord: relatieve posities
 - Veranderen positie van het hand
 - Moeilijke vingerbewegingen
 - Deelscores worden gewogen en opgeteld
- Nog een beperking:
 - Eén vinger kan slechts één noot tegelijk spelen

ALGORITME (1)

- Geen continue functie die afgeleid kan worden
- Hier veel oplossingen mogelijk met lokale optima
- Brute force is geen optie
- Heuristieken

ALGORITME (2)



- LS Metaheuristiek: VNS
- Neighbourhoods
- Perturbatie

NEIGHBOURHOODS

Change1

Musical notation for Change1 in 4/4 time. The melody consists of four measures: a half note G4, a quarter note F4, a quarter note E4, and a half note D4. The bass line consists of four measures: a half note D3, a quarter note C3, a quarter note B2, and a half note A2. Fingerings are indicated by numbers 1-5. A red 'X' is placed over the first finger of the bass line in the third measure.

Change2

Musical notation for Change2 in 4/4 time. The melody consists of four measures: a half note G4, a quarter note F4, a quarter note E4, and a half note D4. The bass line consists of four measures: a half note D3, a quarter note C3, a quarter note B2, and a half note A2. Fingerings are indicated by numbers 1-5. Red 'X' marks are placed over the first finger of the bass line in the second and third measures.

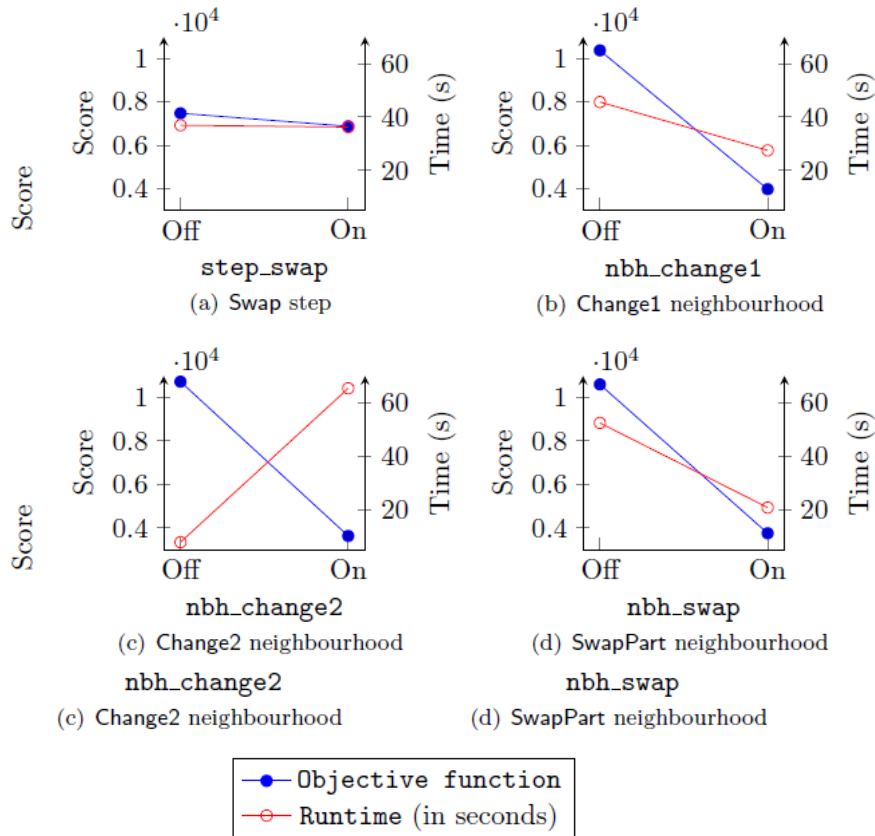
SwapPart

Musical notation for SwapPart in 4/4 time. The melody consists of four measures: a half note G4, a quarter note F4, a quarter note E4, and a half note D4. The bass line consists of four measures: a half note D3, a quarter note C3, a quarter note B2, and a half note A2. Fingerings are indicated by numbers 1-5. A blue 'X' is placed over the first finger of the melody in the second measure. The notes in the melody are color-coded: G4 (yellow), F4 (blue), E4 (green), and D4 (yellow). The notes in the bass line are color-coded: D3 (yellow), C3 (green), B2 (green), and A2 (yellow).

Swap

Musical notation for Swap in 4/4 time. The melody consists of four measures: a half note G4, a quarter note F4, a quarter note E4, and a half note D4. The bass line consists of four measures: a half note D3, a quarter note C3, a quarter note B2, and a half note A2. Fingerings are indicated by numbers 1-5. Red 'X' marks are placed over the first finger of the bass line in the first, third, and fourth measures.

EXPERIMENTEN (1): INTENSIFICATIEFASE

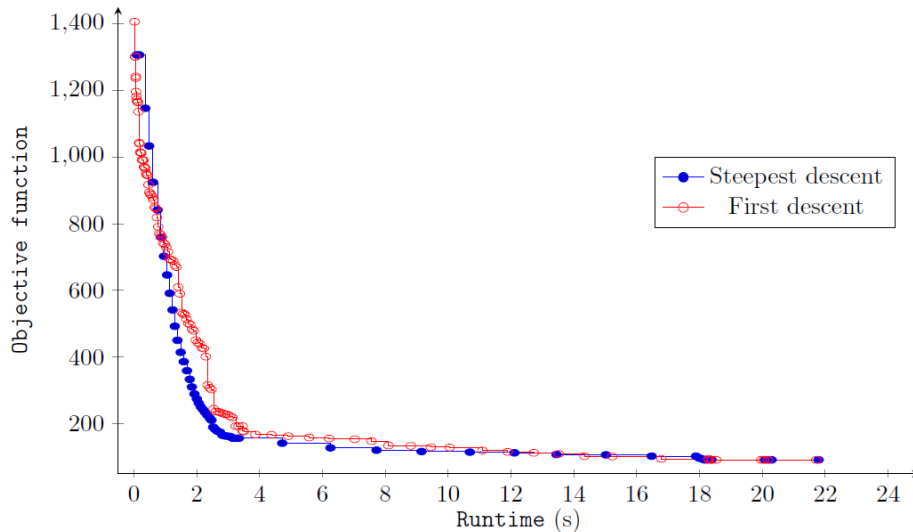
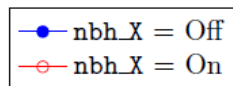
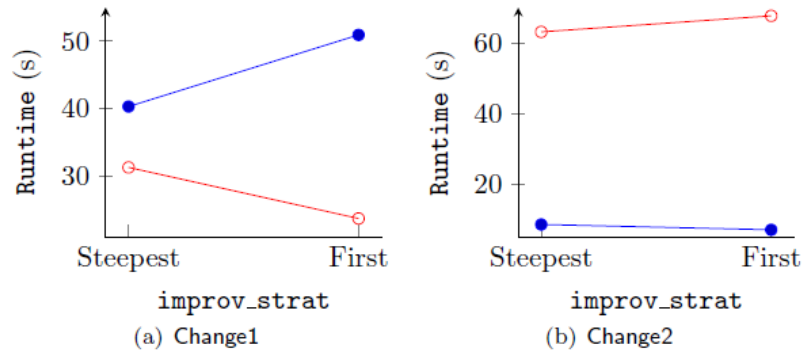


values for an extract of the F -tests in the ANOVA model of Objective function in the intensification phase experiment.

Parameter	Objective function	Runtime
step_swap	<0.0001 *	0.4927
nbh_change1	<0.0001 *	<0.0001 *
nbh_change2	<0.0001 *	<0.0001 *
nbh_swap	<0.0001 *	<0.0001 *
improv_strat	0.6496	0.1273
nbh_change1*improv_strat	0.3960	<0.0001 *
nbh_change2*improv_strat	0.2772	0.0025 *

* significant at $\alpha = 0.05$

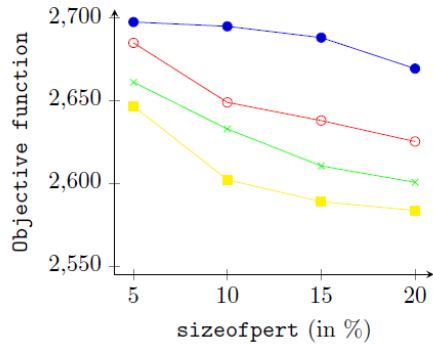
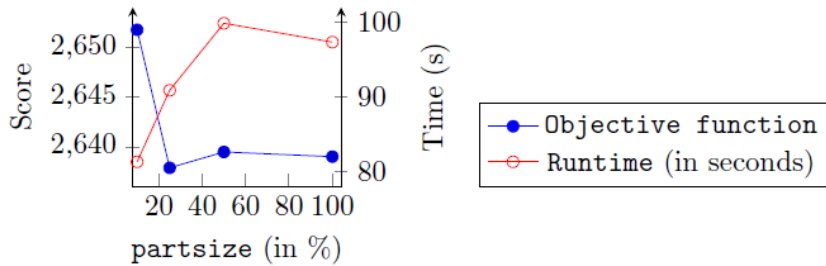
EXPERIMENTEN (2): INTENSIFICATIEFASE



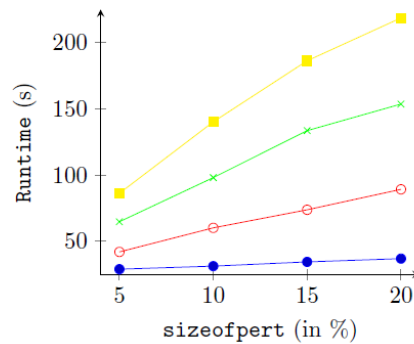
Best values of the parameters

Parameter	Value
step_swap	On
nbh_change1	On
nbh_change2	On
nbh_swap	On
improv_strat	Steepest descent

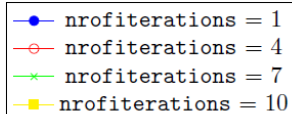
EXPERIMENTEN (3): GEHELE VNS



(a) Impact on the score



(b) Impact on the time



p-Values

Parameter	Objective function	Runtime
nrofitations	<0.0001 *	<0.0001 *
sizeofpert	<0.0001 *	<0.0001 *
partsize	<0.0001 *	<0.0001 *
nrofitations*sizeofpert	<0.0001 *	<0.0001 *
nrofitations*partsize	0.0918	0.0015 *
sizeofpert*partsize	0.6670	0.9252

* significant at $\alpha = 0.05$

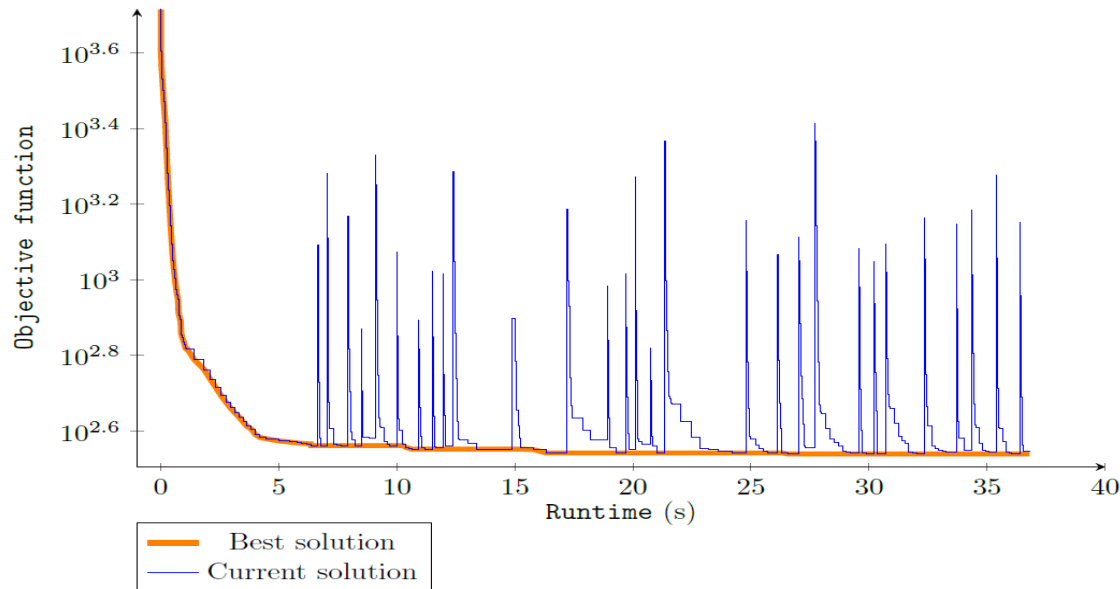
Best values of the parameters

Parameter	Values
nrofitations	10
sizeofpert	20%
partsize	25%

RESULTATEN

Variation 1

The image displays a musical score for 'Variation 1' in 3/2 time, featuring two staves: Piano and Pno. The Piano part is written in the treble and bass clefs, while the Pno. part is written in the treble and bass clefs. The score includes various musical notations such as notes, rests, and fingerings (indicated by numbers 1-5 in red and blue). The Piano part starts with a treble clef and a bass clef, while the Pno. part starts with a treble clef and a bass clef. The score is divided into measures, with some measures containing multiple notes and rests.



CONCLUSIE DEEL 1

- Het bestaande probleem realistischer gemaakt (polyfone muziek)
- Efficiënt algoritme opgesteld
- Gebruikte wiskunde:
 - Gewogen gemiddeldes
 - Optimalisatie: soorten heuristieken
 - Programmeren: C++, LaTeX

INHOUD

- Drie toepassingen wiskunde aan Faculteit Bedrijfskunde en Economie, Universiteit Antwerpen:
 1. Optimalisatie van pianovingerzettingen
 2. Optimalisatie van haveninvesteringen: reële opties + transporteconomie
 3. Behoud van jeugdvoetballers in eigen land

Capacity investment size and timing in a port under uncertainty and congestion

Matteo Balliauw, Peter Kort, Hilde Meersman, Christophe Smet, Eddy Van de Voorde & Thierry Vanellander



TPR

Department of Transport and Regional Economics
University of Antwerp

INHOUD

1. Inleiding
2. Methodologie
3. Resultaten
4. Praktische implicaties
5. Conclusie

INLEIDING (1)

- Investeren in havencapaciteit:
 - Internationale handel + regionale ontwikkeling
 - Focus op vraagonzekerheid
 - Onomkeerbaar
 - Grote sommen geld
- De context:
 - Eén expansie
 - Constructietijd: tijd tussen investering en opbrengsten
 - Private of publieke eigenaars

INLEIDING (2)

- Trade-off in haven capaciteit
 - Te weinig: wachttijd \sim congestiekost
 - Te veel: investering voor ongebruikte capaciteit

Optimale investeringsbeslissing?



METHODOLOGIE (1)

- Reële opties om flexibiliteit te evalueren:
 - Grootte en timing van de investering
 - Output flexibiliteit
- Base case: nieuwe haven

METHODOLOGIE (2)

- Prijs: $p(t) = X(t) - Bq(t)$: X = intercept, q = throughput
- GBM voor X (timing parameter): $dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t)dZ(t)$



METHODOLOGIE (3)

- Model bevat congestiekost:
(toevoeging aan de literatuur)

$$AX \left(\frac{q}{K} \right)^2$$

- K = totale capaciteit
- q/K = bezettingsgraad
- X = intercept van de inverse vraagcurve
- A = monetaire conversiefactor (aversie voor wachten)

METHODOLOGIE (4)

- Publieke haveneigenaars:

Operational objective function $\Pi = \pi + s_G \cdot \lambda q + s_G s_{CS} \cdot CS$

π = port profit = $pq - TC$

$\lambda (= 0.4)$ = spillover benefit per unit q

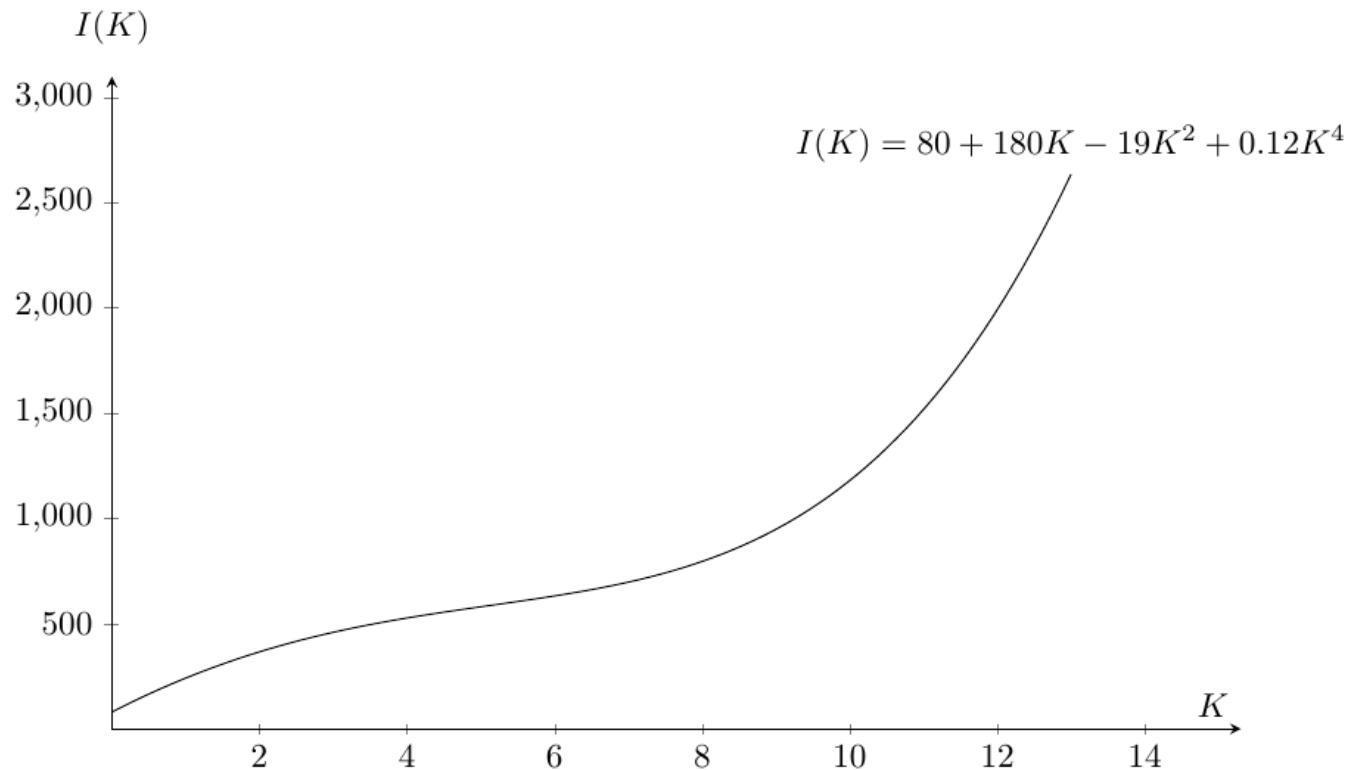
CS = consumer surplus, i.e. $Bq^2/2$

$s_G (\in [0; 1])$ = share of port owned by the government

$s_{CS} (\in [0; 1])$ = share of total CS taken into account by the government

METHODOLOGIE (5)

- Investeringskostfunctie: schaalvoordelen + grens



METHODOLOGIE (6)

- Dynamisch programmeren (RO):
 - Bellman Equation en Itô's Lemma (stochastische calculus)
- Numerieke simulaties: Antwerpen en Rotterdam data

METHODOLOGIE (7)

- Doelfunctie: $\max_{T \geq 0, K \geq 0} \mathbf{E} \{ [V(X_T, K) - I(K)] e^{-rT} | X(t=0) = X \}$

Project value V = som verdisconteerde *optimale* winsten

$$V = \mathbf{E} \int_0^{\infty} \max_q \{ \pi(T + \tau) \} e^{-r\tau} d\tau,$$

METHODOLOGIE (8): BEPALING V

➤ Winstmaximalisatie $\pi = p^*q - TC$

➤
$$p = X - Bq - AX \frac{q}{K^2}$$

$$TC = cq + c_h K$$

➤ Maar beperking: $0 \leq q \leq K$

➤ Eerste en tweede orde voorwaarden:

$$q^{opt}(X, K) = \begin{cases} 0, & 0 \leq X < c, \\ \frac{(X - c)K^2}{2(XA + BK^2)}, & c \leq X < \frac{K(2BK + c)}{K - 2A}, \\ K, & X \geq \frac{K(2BK + c)}{K - 2A}. \end{cases}$$

METHODOLOGIE (9): BEPALING V

- Vervolgens invullen in π geeft optimale winst:

$$\pi(X, K, q^{opt}(X, K)) = \bar{\pi}(X, K) = \begin{cases} \bar{\pi}_1(X, K) = -c_h K, & X \in R_1, \\ \bar{\pi}_2(X, K) = \frac{(X - c)^2 K^2}{4(XA + BK^2)} - c_h K, & X \in R_2, \\ \bar{\pi}_3(X, K) = (K - A)X - (BK + c + c_h)K, & X \in R_3. \end{cases}$$

- Omzetten V in dynamisch programmeringsprobleem:

$$V = \mathbf{E} \int_0^{\infty} \max_q \{\pi(T + \tau)\} e^{-r\tau} d\tau,$$

$$V(X, K) = \bar{\pi}(X, K)dt + e^{-r dt} \mathbf{E}(V(X, K) + dV(X, K))$$

- Bellman equation en Itô's Lemma: geeft diff. vgl.:

$$\frac{\sigma^2}{2} X^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2}(X, K) + \mu X \frac{\partial V}{\partial X}(X, K) - rV(X, K) + \bar{\pi}(X, K) = 0$$

METHODOLOGIE (10): BEPALING V

- Oplossing is som van homogeen en particulier deel:

$$V(X, K)|_{X \in R_j} = V_j(X, K) = G_{j,1}(K)X^{\beta_1} + G_{j,2}(K)X^{\beta_2} + \bar{V}_j(X, K)$$

- Met:

$$\beta_1 = \frac{\frac{\sigma^2}{2} - \mu + \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{2} - \mu\right)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2} > 1, \quad \beta_2 = \frac{\frac{\sigma^2}{2} - \mu - \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{2} - \mu\right)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2} < 0$$

METHODOLOGIE (11): BEPALING V

- Particuliere oplossing voor R1 en R3, straightforward
Methode voor R2: Variatie van de parameters
Gebruik makend van de Wronskiaan matrix

$$\bar{V}_j(X, K) = \begin{cases} \begin{aligned} &-\frac{c_h K}{r}, \\ &\frac{r}{K^2} X - \frac{1}{r} \left[\frac{K^2}{4A} \left(2c + \frac{K^2}{A} \right) + c_h K \right] \end{aligned} & j = 1; (X \in R_1), \\ \begin{aligned} &-\frac{\left(c + \frac{K^2}{A} \right)^2}{2\sigma^2 B(\beta_2 - \beta_1)} \left[\frac{1}{\beta_1} {}_2F_1 \left(1, -\beta_1; 1 - \beta_1; -\frac{AX}{BK^2} \right) \right. \\ &\left. - \frac{1}{\beta_2} {}_2F_1 \left(1, -\beta_2; 1 - \beta_2; -\frac{AX}{BK^2} \right) \right. \\ &\left. - \frac{\Gamma(\beta_1)\Gamma(1 - \beta_1)(AX)^{\beta_1}}{(BK^2)^{\beta_1}} \right], \end{aligned} & j = 2; (X \in R_2), \\ \frac{K - A}{r - \mu} X - \frac{BK^2 + cK + c_h K}{r}, & j = 3; (X \in R_3), \end{cases}$$

METHODOLOGIE (12): BEPALING V

- Bepaling coëfficiënten homogeen deel via randvoorwaarden:

$$\left\{ \begin{array}{l} V(0, K) = \mathbf{E} \int_0^{\infty} -c_h K e^{-rt} dt = \frac{-c_h K}{r}, \\ \lim_{X \rightarrow +\infty} (V(X, K) - \bar{V}_3(X, K)) = 0, \\ \lim_{X \xrightarrow{\leq} c} V(X, K) = \lim_{X \xrightarrow{\geq} c} V(X, K), \\ \lim_{X \xrightarrow{\leq} c} \frac{\partial V}{\partial X}(X, K) = \lim_{X \xrightarrow{\geq} c} \frac{\partial V}{\partial X}(X, K), \\ \lim_{X \xrightarrow{\leq} \frac{K(2BK+e)}{K-2A}} V(X, K) = \lim_{X \xrightarrow{\geq} \frac{K(2BK+e)}{K-2A}} V(X, K), \\ \lim_{X \xrightarrow{\leq} \frac{K(2BK+e)}{K-2A}} \frac{\partial V}{\partial X}(X, K) = \lim_{X \xrightarrow{\geq} \frac{K(2BK+e)}{K-2A}} \frac{\partial V}{\partial X}(X, K). \end{array} \right.$$

METHODOLOGIE (13)

- Doelfunctie: $\max_{T \geq 0, K \geq 0} \mathbf{E} \{ [V(X_T, K) - I(K)] e^{-rT} | X(t=0) = X \}$
- Optimale *capaciteit*: $v(X, K) - \frac{dI(K)}{dK} = 0$

METHODOLOGIE (14): OPTIMALE OPLOSSING

- Maximalisatie van de optie om te wachten geeft *timing*:

$$F(X) = \max\{e^{-r\text{dt}} \mathbf{E} [F(X) + dF(X)], \max_K [V(X, K) - I(K)]\},$$

- Dynamische programmering:

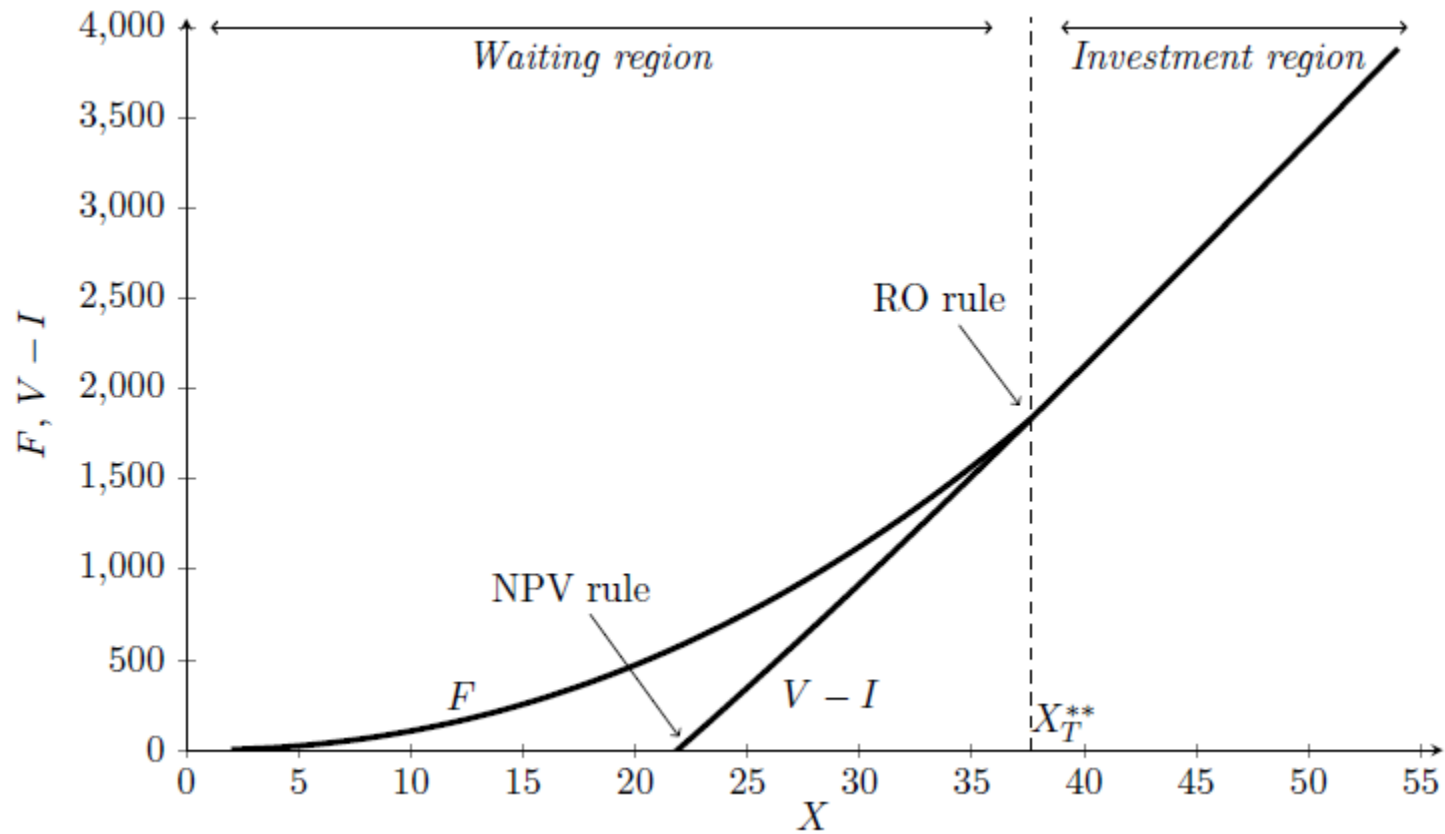
$$\frac{\sigma^2}{2} X^2 \frac{\partial^2 F}{\partial X^2}(X, K) + \mu X \frac{\partial F}{\partial X}(X, K) - rF(X, K) = 0$$

- Oplossing: $F(X) = H_1 X^{\beta_1} + H_2 X^{\beta_2}$

- Voorwaarden:
$$\begin{cases} F(0) = 0 \rightarrow H_2 = 0 \\ H_1 X_T^{*\beta_1} = V(X_T^*, K(X_T^*)) - I(K(X_T^*)) \\ \beta_1 H_1 X^{\beta_1-1} = \frac{\partial}{\partial X} (V(X, K(X)) - I(K(X))) \Big|_{X=X_T^*} \end{cases}$$

METHODOLOGIE (15)

- RO output grafisch



METHODOLOGIE (16): UITBREIDEN V FUNCTIES

- Havenuitbreiding: verschillen in V

$$\Delta V_j'(X_T, \Delta K, K_0) = V_j'(X_T, K_0 + \Delta K) - V_j'(X_T, K_0)$$

- Constructietijd: gebruik PDF van GBM

$$\Delta V(X_T, \Delta K, K_0, \theta) = e^{-r\theta} \left[\int_0^{c-s_G\lambda} \phi(X, X_T, \theta) \cdot \Delta V_1'(X, \Delta K, K_0) dX + \int_{c-s_G\lambda}^{\infty} \phi(X, X_T, \theta) \cdot \Delta V_2'(X, \Delta K, K_0) dX \right]$$

met
$$\phi(X, X_0, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{X\sigma\sqrt{\theta}} \exp\left(-\frac{(\ln X - \ln X_0 - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\theta)^2}{2\sigma^2\theta}\right)$$

RESULTATEN (1)

- Meer onzekerheid: later en meer investeren
- Constructietijd geeft meer onzekerheid:
 - Impact ambigu: twee incentives
- Hogere congestiekost:
 - Greenfield: later en meer investeren
 - Expansie van grote haven: eerder en iets minder investeren

RESULTATEN (2)

- Meer groei: later en meer investeren
Negatieve groei: ook later, maar minder
- Meer publiek geld:
 - Investeren in een project dat privaat alleen niet te dragen valt
 - Greenfield: eerder en meer investeren
 - Expansie: veel eerder en slechts beetje minder investeren

PRAKTISCHE IMPLICATIES: ALGORITME

- **Input:** havendata (bv. prijs: throughput, kost, capaciteit)
- **Algoritme:**
 - Conversie naar parameters
 - Bereken optimale beslissing
 - Conversie in zichtbare beslissingsvariabelen
- **Output:**
 - Prijs en bezetting wanneer investering plaatsvindt
 - Grootte expansie (in TEU p.a. en %)
 - Verwachtte tijd tot volledige havenbezetting

CONCLUSIE DEEL 2 (1)

- Onzekerheid verlaait en vergroot investering
- Belangrijke impact congestiekosten
- Incentive om constructietijd te verminderen
- Publieke haveneigendom kan het verschil maken

- Modellen zijn uitbreidbaar naar andere sectoren (wel belangrijk om karakteristieken mee te nemen):
 - Luchthavens
 - Voetbalstadia

CONCLUSIE DEEL 2 (2)

- Gebruikte wiskunde:
 - Stochastische calculus
 - Differentiaalvergelijkingen
- Programmatie:
 - LaTeX
 - Maple of Matlab

INHOUD

- Drie toepassingen wiskunde aan Faculteit Bedrijfskunde en Economie, Universiteit Antwerpen:
 1. Optimalisatie van pianovingerzettingen
 2. Optimalisatie van haveninvesteringen
 3. Behoud van jeugdvoetballers in eigen land: micro-economie en sporteconomie



Economie ontcijferd: De wiskunde van het voetbal

Matteo Balliauw, Chris Van Puyvelde,
Tom Vermeire, Thomas Verlinden.

INLEIDING



- Project KBVB – UAntwerpen



INLEIDING



- Wat is het verschil tussen deze twee spelers?





INLEIDING

- Doelstelling:
- Uitrekenen welke maatregelen jeugdspelers langer in België kunnen houden
 - Langer: tot wanneer ze ervaring in eerste ploeg hebben



METHODOLOGIE

- Drie oplossingen / maatregelen uitwerken
- Micro-economisch onderzoek
- Gebruik maken van:
Wiskundige formules en grafische uitwerkingen



WAT IS SPORTECONOMIE?

- Een tak van de economie
- Bestudeert sport met een economische bril
- Micro-economische methoden
- Met een aantal specifieke aanpassingen eigen aan het speciale wereldje

- Voorbeeld: winst vs. win maximalisatie



WINST OF WIN MAXIMALISATIE?

- $Winst = \pi(q) = \text{opbrengst} - \text{kost} = p * q - c * q$
- In sport: $\pi(t) = R(t) - C(t)$
- $t = \text{talent}$, een speciale meeteenheid binnen sport-eco
- Hoeveel talent moet ik aantrekken om mijn winst zo groot mogelijk te maken?
- Maximalisatie van $\pi(t)$!



WINST OF WIN MAXIMALISATIE?

- Definities:
 - Marginale opbrengst van talent $MR(t)$
 - Marginale kost van talent $MC(t)$
- Gegevens:
 - $MR(t) > 0$
 - $MR'(t) < 0$
 - MC = loon per eenheid talent: constant stijgend
- Oplossing:
 - $MR(t) = MC(t)$



WINST OF WIN MAXIMALISATIE?

- Max $\{t\}$
s.t. $R(t) - C(t) \geq 0$
- Zo veel mogelijk talent: zo goed mogelijk presteren
- Geen verlies (π niet kleiner dan 0)



DE DRIE MAATREGELEN

1. Buitenlandse spelers duurder maken
2. Beperking op het aantal spelers per ploeg
3. Jeugdfonds



1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Win-maximalisatie met één soort speler: maximalisatie van talent
- Meerdere soorten talent (jeugd, ervaren prof, binnenlands, buitenlands):
- Bepalen samen kwaliteit van de club $q(t_1, t_2, \dots)$
- Maximalisatie van kwaliteit q

1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Enkele definities die we nodig hebben:

$$\frac{\delta q(t_D, t_F)}{\delta t_D} = MQ_D, \quad \frac{\delta q(t_D, t_F)}{\delta t_F} = MQ_F$$

$$\frac{\delta q(t_D, t_F)}{\delta t_D} > 0, \quad \frac{\delta q(t_D, t_F)}{\delta t_F} > 0$$

$$\frac{\delta^2 q(t_D, t_F)}{\delta t_D^2} < 0, \quad \frac{\delta^2 q(t_D, t_F)}{\delta t_F^2} < 0$$

- Budget win maximalisatie:

$$c_D t_D + c_F t_F = B$$



1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- De oefening die we moeten oplossen:

$\max \{q\}$

$$\text{s.t. } c_D t_D + c_F t_F \leq B$$



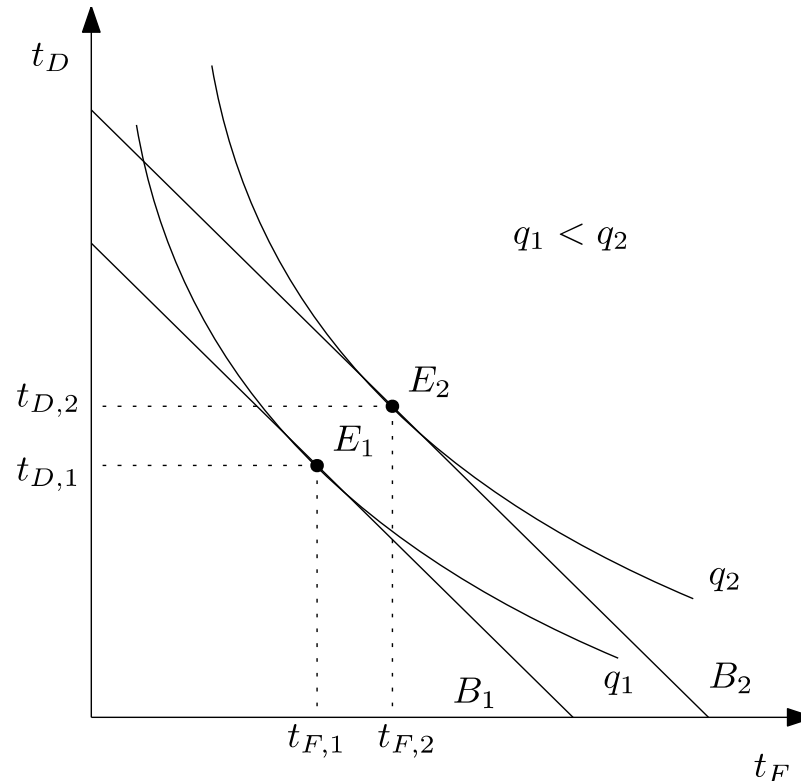
1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Lagrange functie maximaliseren geeft

$$\frac{MQ_D}{c_D} = \frac{MQ_F}{c_F}$$

1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

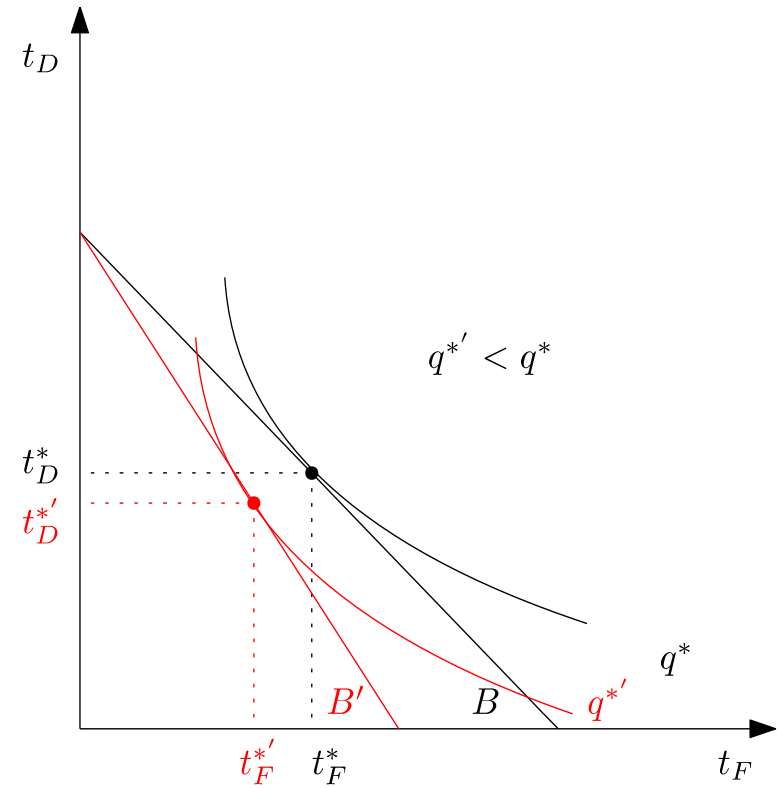
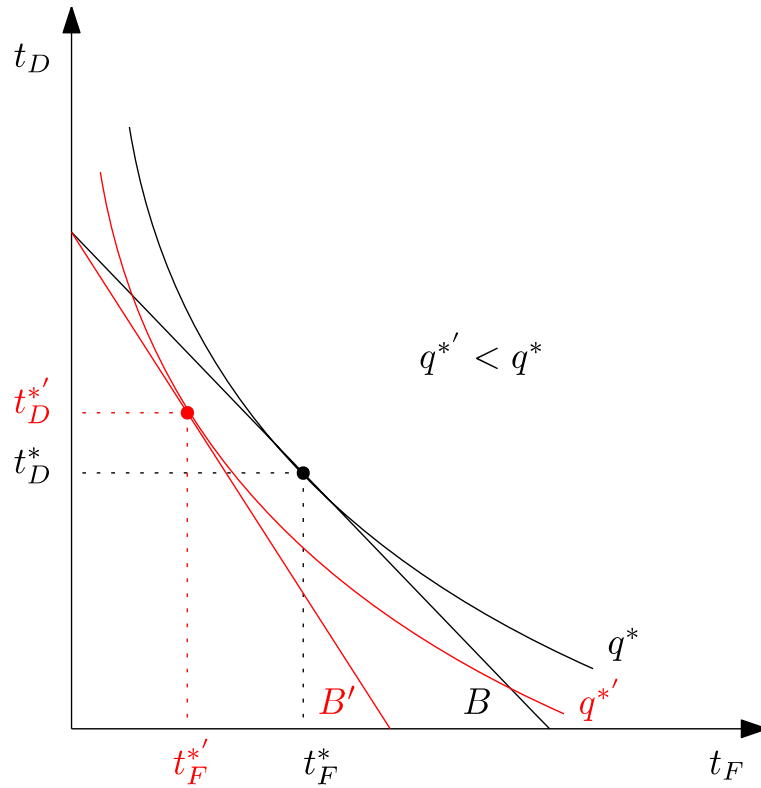
- Homogene q -functie: $q(a \cdot t_D, a \cdot t_F) = a^k \cdot q(t_D, t_F)$
- Grafisch:



- Impact hogere kost buitenlandse spelers?

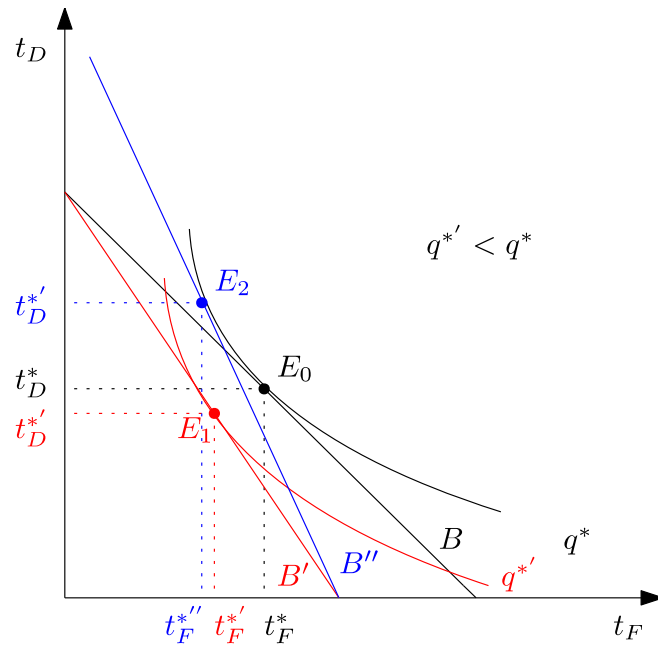
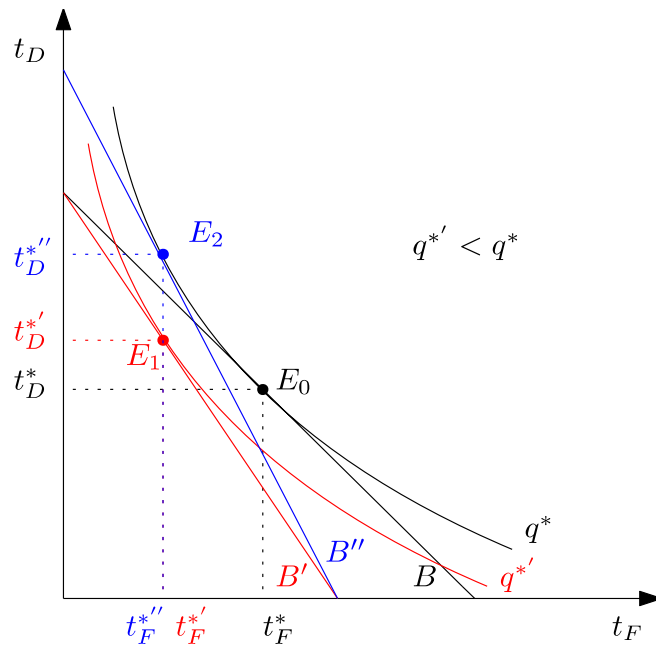
1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Twee mogelijkheden:



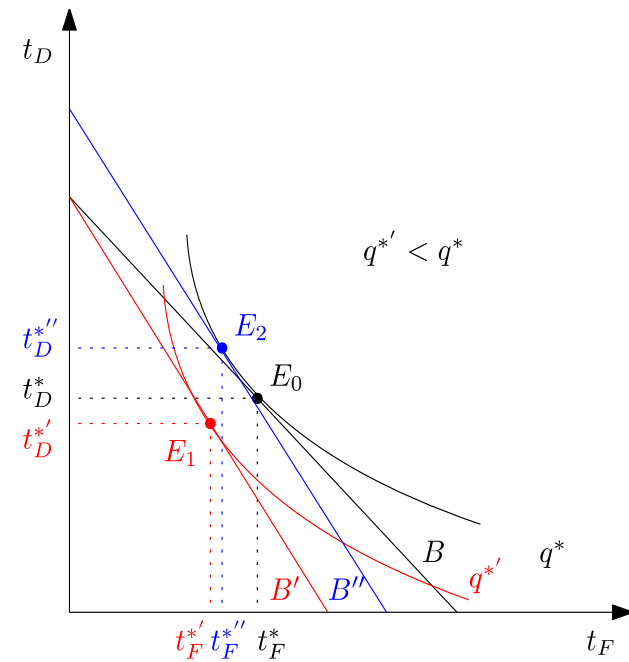
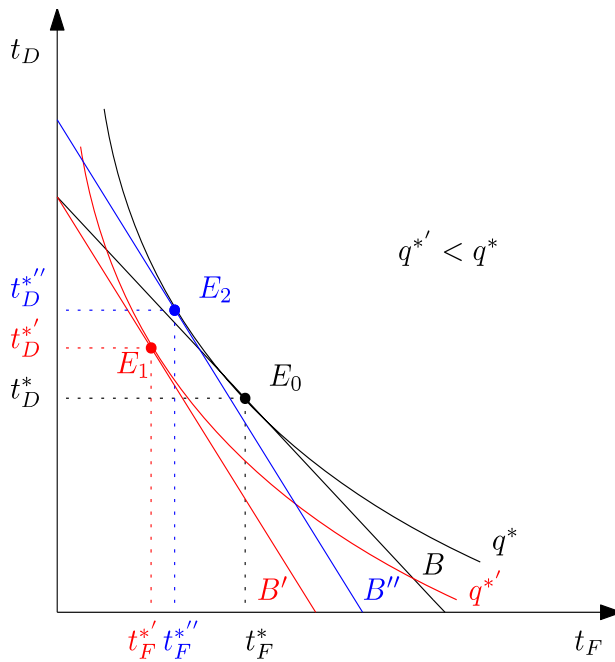
1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Kwaliteit daalt, dus:
 - Of: lagere kost binnenlandse spelers



1) BUITENLANDSE SPELERS DUURDER

- Kwaliteit daalt, dus:
 - Of: hoger budget



- In de praktijk: problematiek rond budgetten clubs

2) BEPERKING AANTAL SPELERS

- Definities: aantal jeugd en professionele spelers:

$$l_p \text{ en } l_a$$

- Marginale kwaliteiten:

$$\frac{\delta q(l_p, l_a)}{\delta l_p} > 0, \frac{\delta q(l_p, l_a)}{\delta l_a} > 0, \frac{\delta^2 q(l_p, l_a)}{\delta l_p^2} < 0, \frac{\delta^2 q(l_p, l_a)}{\delta l_a^2} < 0$$

- Professionele spelers dragen veel meer bij



2) BEPERKING AANTAL SPELERS

- Op te lossen maximalisatie:

max $\{q\}$

s.t. $c_p l_p + c_a l_a \leq B, l_p + l_a \leq L$

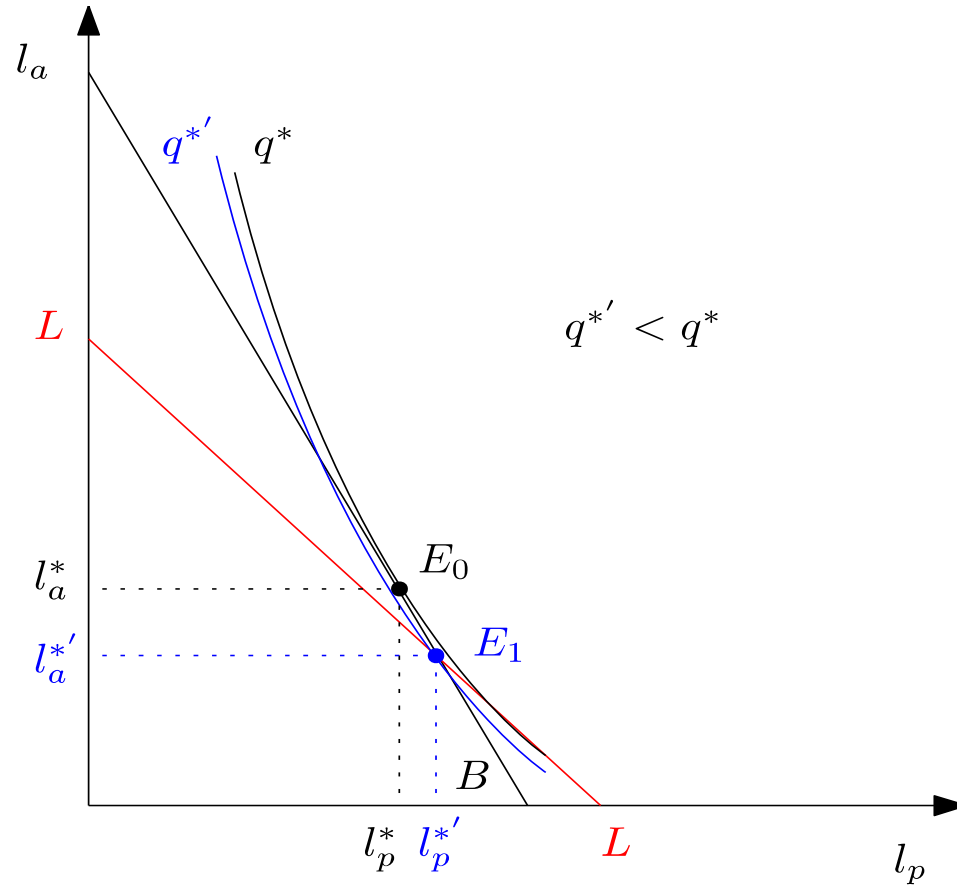
2) BEPERKING AANTAL SPELERS

- Lagrange functie maximaliseren geeft

$$\frac{MQ_p}{MQ_a} = \frac{c_p + \frac{\mu}{\xi}}{c_a + \frac{\mu}{\xi}} < \frac{c_p}{c_a}$$

2) BEPERKING AANTAL SPELERS

- Grafisch:



- Eigen jeugd?



3) JEUGDFONDS

- Het idee bestaat om transfers af te schaffen
- Ze zijn zelfs onwettig
- Grond scheefgetrokken makelarij

- Alternatief: contracten van 2 tot 3 jaar
- Ongeoorloofde verbreking?
 - Geen geldstraffen
 - Spelers: mogen tijd niet spelen
 - Clubs: verliezen punten of uitgesloten van competities

- Vergoeding jeugdwerking?



3) JEUGDFONDS

- Fonds waarin n clubs een vast percentage van hun opbrengsten of budget storten.

- Waarde van het fonds: $V_F = \sigma \sum_1^n R_i$

- Elke club krijgt een deeltje s_i van het fonds, waarbij:

$$\sum_i^n s_i = 1$$

- Bepaling hoogte s_i ?



3) JEUGDFONDS

- Hoeveel is het budget van de club na herverdeling?

$$R'_i = (1 - \sigma)R_i + s_i n \sigma \bar{R}$$

- Stel dat iedereen even goed doet in jeugdopleiding:

$$s_i = 1/n$$

$$R'_i = R_i + \sigma(\bar{R} - R_i)$$

- Algemeen: wat als $s_i > R_i / \sum_i R_i$?



3) JEUGDFONDS

- Wat als we nu een vaste som vragen voor een jeugdtransfer naar het buitenland?
- *Incentive* kopende club?
- *Incentive* verkopende club?



3) JEUGDFONDS

- Analyse: definities

$$\frac{\delta q(t_{D,p}, t_{D,a}, t_{F,p}, t_{F,a})}{\delta t_{i,j}} > 0, \frac{\delta^2 q(t_{D,p}, t_{D,a}, t_{F,p}, t_{F,a})}{\delta t_{i,j}^2} < 0$$



3) JEUGDFONDS

- Op te lossen maximalisatie:

max $\{q\}$

$$\text{s.t. } c_{D,p}t_{D,p} + c_{D,a}t_{D,a} + c_{F,p}t_{F,p} + c_{F,a}t_{F,a} \leq B$$

- Uitkomst

$$\frac{MQ_{D,p}}{c_{D,p}} = \frac{MQ_{D,a}}{c_{D,a}} = \frac{MQ_{F,p}}{c_{F,p}} = \frac{MQ_{F,a}}{c_{F,a}}$$

- Wat als er een $f_{F,a}$ bij $c_{F,a}$ geteld wordt?



3) JEUGDFONDS

- Tweede benadering: kosten en baten afwegen:

Uitkomst	Kans	Kost	Baat	Verschil B-K
Succes	α	$c_{i,a}t_{i,a}$	$T_{i,a}t_{i,a}$	$(T_{i,a} - c_{i,a})t_{i,a}$
Falen	$1 - \alpha$	$c_{i,a}t_{i,a}$	0	$(-c_{i,a})t_{i,a}$

- Impact van $c_{F,a} + f_{F,a}$?
- $\alpha T_{F,a} > c_{F,a} + f_{F,a}$



AFSCHAFFING TRANSFERS?

- 1) en 2) blijven toepasbaar
- 3) nood aan jeugdfonds
- Daarbij: lek via transfermarkt op extra som verdwijnt



CONCLUSIE DEEL 3

1. Buitenlandse spelers duurder maken $\frac{MQ_D}{c_D} = \frac{MQ_F}{c_F}$

2. Beperking op het aantal spelers per ploeg

$$\frac{MQ_p}{MQ_a} = \frac{c_p + \frac{\mu}{\xi}}{c_a + \frac{\mu}{\xi}} < \frac{c_p}{c_a}$$

3. Jeugdfonds

$$\frac{MQ_{D,p}}{c_{D,p}} = \frac{MQ_{D,a}}{c_{D,a}} = \frac{MQ_{F,p}}{c_{F,p}} = \frac{MQ_{F,a}}{c_{F,a}}$$

$$\alpha T_{F,a} > c_{F,a} + f_{F,a}$$

CONCLUSIE – GEBRUIKTE WISKUNDE

- Analyse: functies (afgeleiden en integralen), ook grafisch
- Kansrekening

- Optimalisatie heuristieken
- Gewogen gemiddeldes
- Stochastische calculus
- Differentiaalvergelijkingen
- Programmatie:
 - LaTeX
 - C++
 - Maple of Matlab

MEER VAN DIT? ECONOMIE ONTCIJFERD 2020

- Doelstelling
- Organisatie: gratis + in klasverband
- Inhoud en programma: zie website
- Februari 2020



Bedankt voor jullie aandacht!

Vragen?

Contact:

Matteo Balliau

Matteo.Balliau@uantwerpen.be
+32 3 265 41 60

