



## Inhoudstafel leerwerkboek grafen: over knopen en bogen

<b>1</b>	<b>Grafentheorie: inleiding .....</b>	<b>1</b>
1.4	Een wereld van netwerken .....	1
1.5	Een vleugje geschiedenis: de bruggen van Koningsbergen .....	2
1.5.1	Interactieve oefening .....	3
1.5.2	Het prille begin van de grafentheorie: abstractie van het probleem ..	4
1.6	Eerste begrippen over grafen .....	5
1.6.1	Knopen en bogen .....	5
1.6.2	De graad van een knoop en buren van een knoop .....	6
1.7	Handjes schudden en speed dating .....	8
1.7.1	Vrienden op een feestje: complete grafen .....	8
1.7.2	Tweedelingsgraf (bipartiete grafen) .....	10
1.7.3	Cykels .....	11
1.8	Grafen voorstellen met GeoGebra .....	12
	Toemaatje: de huwelijksstelling van Hall .....	15
1.9	OEFENINGEN .....	16
1.10	Uitgewerkte oplossingen .....	19
<b>2</b>	<b>Eulergraf en .....</b>	<b>23</b>
2.1	Huisjes tekenen.....	23
2.1.1	Inleiding.....	23
2.1.2	Eulersporen en Eulercircuits .....	24
2.2	Eulergraf en de graden van de knopen.....	25
2.2.1	Graden van de knopen .....	25
2.2.2	Criteria voor een Eulerspoor of Eulercircuit .....	26
2.2.3	itgewerkte puzzel: het huis met de vele deuren.....	27
2.3	Stappenplan voor een Eulerspoor .....	28
2.4	Koningsbergen "revisited" .....	29
2.5	Inoefenen van het 7 bruggenprobleem met GeoGebra .....	30
2.6	Het Chinese postbode probleem .....	31
2.6.1	Inleiding.....	31
2.6.2	Varianten van het postbodeprobleem.....	32
2.7	Een wandeling met GeoGebra .....	33
2.8	OEFENINGEN .....	35
2.9	Uitgewerkte oplossingen .....	39
<b>3</b>	<b>Graafkleuringen .....</b>	<b>43</b>
3.4	Kleuren van landkaarten.....	43
3.4.1	Inleiding.....	43
3.4.2	Voorbeelden.....	44
3.4.3	Historiek van het vierkleurenprobleem .....	45
3.5	Nog meer puzzelplezier met GeoGebra.....	46
	<b>De mega puzzel van Gardner</b> .....	46
3.6	Graafkleuringen .....	47
3.6.1	Van landkaart naar graaf.....	47
3.6.2	(Punt)kleuring van een graaf.....	48





3.6.3	Lijnkleuren van grafen.....	49
3.7	Planaire grafen.....	50
3.8	Gas, water en elektriciteit.....	51
3.9	Een eenvoudig algoritme voor het (punt)kleuren van grafen .....	53
3.9.1	Uitgewerkt voorbeeld .....	54
3.10	Knopenkleuring met GeoGebra .....	55
3.11	Overzicht vierkleurenstelling .....	56
3.12	OEFENINGEN.....	58
3.13	Uitgewerkte oplossingen .....	63
<b>4</b>	<b>Hamiltongrafen.....</b>	<b>68</b>
4.4	Van Platonisch veelvlak naar Hamiltongraaf .....	68
4.5	Een reis rond de wereld met (Hamilton)grafan.....	70
4.6	Onderscheid tussen Eulergrafan en Hamiltongrafan .....	71
4.6.1	Definities .....	71
4.6.2	Aantal Hamiltonpaden .....	72
4.7	Criteria voor het bestaan van Hamiltongrafan .....	73
4.7.1	Eenvoudige eigenschappen van Hamiltongrafan .....	73
4.7.2	Stellingen i.v.m. Hamiltongrafan.....	73
4.8	Formule van Euler voor Platonische grafan.....	77
4.9	OEFENINGEN.....	79
4.10	Uitgewerkte oplossingen .....	83
<b>5</b>	<b>Het handelsreizigersprobleem.....</b>	<b>88</b>
5.4	Handelsreizigersprobleem (Traveling Salesman Problem) .....	88
5.4.1	Inleiding.....	88
5.4.2	Moeilijkheden bij het oplossen van het handelsreizigersprobleem ..	89
5.4.3	Aantal Hamiltoncykels .....	89
5.4.4	Reis naar de hoofdsteden van De Europese landen .....	90
5.5	De TSP-wedloop.....	92
5.6	Benaderingsalgoritmen voor het handelsreizigersprobleem .....	95
5.6.1	Het beste-buur algoritme (heuristiek) .....	95
5.6.2	Het invoegingsalgoritme (heuristiek).....	97
5.7	GeoGebra commando: Handelsreizigersprobleem( ) .....	100
<b>6</b>	<b>Minimaal opspannende bomen en algoritmen .....</b>	<b>101</b>
6.4	Inleidend voorbeeld: modderstad (csunplugged.org) .....	101
6.5	Opspannende bomen .....	102
6.5.1	Deelgraaf van een graaf .....	102
6.5.2	Samenhangende grafan .....	102
6.5.3	Bomen .....	102
6.5.4	Minimaal opspannende boom.....	103
6.5.5	Minimaal opspannende boom.....	103
6.6	Algoritme van Prim .....	105
6.7	Algoritme van Kruskal .....	107
	<b>Opmerking:</b> Wat is het verschil tussen het algoritme van Kruskal en Prim?108	
6.8	Bezoek aan modderdorp.....	109





6.9	GeoGebra .....	110
6.9.1	Commando MinimaalOpspannendeBoom(lijst met punten) .....	110
6.9.2	Stapsgewijze illustratie algoritme Kruskal en Prim .....	111
6.10	OEFENINGEN .....	113
6.11	Uitgewerkte oplossingen .....	116
<b>7</b>	<b>Kortste route .....</b>	<b>120</b>
7.4	Inleiding .....	120
7.5	“Brute force” algoritme .....	120
7.6	Dichtste-buur algoritme.....	121
7.7	Algoritme van Dijkstra .....	121
7.7.1	Uitgewerkt voorbeeld 1 .....	122
7.7.2	Uitgewerkt voorbeeld 2 .....	124
7.8	GeoGebra commando KortsteAfstand( ) .....	126
7.9	Oefeningen .....	127
7.10	Uitgewerkte oplossingen .....	129



[www.mathelo.net](http://www.mathelo.net)

