



Inhoud

1	Interface van GeoGebra SUITE	1
1.4	Inleiding	1
1.5	De menubalk	3
1.6	Het knoppenvenster	3
1.7	Het algebravenster	4
1.8	Het “slimme” invoerveld in GeoGebra Suite	5
1.9	Het tabelvenster	6
2	Dynamische meetkunde met GeoGebra Suite	7
2.1	De interface van GeoGebra meetkunde	7
2.1.1	Overzicht van de knoppen in het knoppenvenster.....	8
2.1.2	Een eenvoudige constructie met het knoppenvenster.....	9
2.2	Meten.....	10
2.2.1	Hoeken meten.....	10
2.2.2	Afstanden meten: de stelling van Viviani.....	12
2.2.3	Oppervlakte meten	13
2.2.4	Helling (rico) meten	13
2.3	Kegelsneden.....	14
2.3.1	Ellips, hyperbool en parabool	14
2.3.2	Ellips volgens de constructie van de tuinman.....	15
2.3.3	Superbiljart: de terugkaatsingswet voor een ellips.	17
2.4	Meetkundige plaats	19
2.4.1	Voorbeeld 1: Ladder tegen de muur	19
2.4.2	Voorbeeld 2: een strofoïde	20
2.5	Navigatiebalk en overzicht constructiestappen	21
2.5.1	Navigatiebalk: constructie raaklijnen uit punt aan cirkel	21
2.5.2	Overzicht constructiestappen: Vier rakende cirkels	22
2.6	Analytische meetkunde	25
2.6.1	Een vleugje geschiedenis... coördinatenmeetkunde	25
2.6.2	Ingeven van punten, rechten en cirkels in het algebravenster	25
2.6.3	Extra commando's voor meetkunde in het algebravenster	27
2.6.4	Een aantal extra commando's voor meetkunde.....	28
2.7	Cartesische vergelijkingen van rechten, cirkels en kegelsneden.....	30
2.7.1	Vergelijkingen van rechten ingeven.....	30
2.7.2	Vergelijkingen van cirkels ingeven	31
2.7.3	Vergelijkingen van kegelsneden.....	32
2.7.4	Krommen met impliciet voorschrift.....	34
3	Grafische voorstellingen	35
3.1	Smaakmaker: de functiemachine	35
3.2	Tekenen van de grafiek van een (reële) functie	36
3.2.1	Een eerstegraadsfunctie $f(x) = ax + b$	37
3.2.2	Een tweedegraadsfunctie $f(x) = ax^2 + bx + c$	38
3.2.3	Aanpassen van de grafiekgrenzen	38
3.2.4	Beperking van het domein van een functie	39
3.2.5	Stuksgewijs gedefinieerde functie	40





3.3	Verloop van de grafiek van een functie	41
3.3.1	Punt op een grafiek volgen	41
3.3.2	Nulwaarden van de grafiek van een functie	42
3.3.3	Snijpunten van 2 grafieken	43
3.4	Het commando <code>slowplot[]</code>	44
3.5	Speciale (niet algebraïsche) functies	45
3.5.1	Absolute waarde functie	45
3.5.2	De vloorfunctie en de ceilfunctie.....	45
3.5.3	De tekenfunctie $f(x) = \text{sign}(x)$	46
3.5.4	Voorbeeld van een speciale functie met perforatie en sprong:	46
3.6	Impliciete vergelijkingen (van een kromme)	47
3.7	Betekenis van parameters	48
3.8	Statische tekst.....	49
3.8.1	Statische tekst.....	49
3.8.2	Labels, naam en waarde, titel	50
3.8.3	Tekstcommando's: verticale en gedraaide tekst	51
3.8.4	Commando <code>TekstAlsBreuk()</code>	52
3.8.5	Label voorschrift van een functie als tekst	53
3.9	Dynamische tekst koppelen aan een meting.....	54
3.9.1	Dynamische formules in "gewone" tekst	54
3.9.2	Dynamische formules en LaTeX	55
3.9.3	Online LaTeX editors	56
3.10	LateX voor gevorderden met GeoGebra klassiek 5	57
3.10.1	Een uitgewerkt voorbeeld in GeoGebra klassiek 5	57
3.10.2	Formules met LaTeX in GeoGebra Klassiek 5.....	59
3.11	Voorwaardelijke tekst met GeoGebra 5 klassiek.....	61
4	RIJEN	65
4.1	Inleiding	65
4.1.1	Som van de eerste 100 natuurlijke getallen	65
4.1.2	Opstellen van de formule voor het n-de driehoeksgetal.....	65
4.1.3	Afspraken en definities	67
4.1.4	Een paar voorbeelden van rijen	67
4.1.5	Voorstellingswijzen van rijen	67
4.2	Rijen met GeoGebra	68
4.2.1	Expliciet voorschrift: het commando <code>rij ()</code>	68
4.2.2	Recursief voorschrift: commando's <code>iteratie()</code> en <code>iteratielijst()</code>	68
4.2.3	De rij van Fibonacci	70
4.2.4	Gemengde vorm (recursief en expliciet).....	71
4.3	Nog enkele nuttige GeoGebra commando's voor rijen	72
4.3.1	Termen van een rij als breuk weergeven.....	73
4.4	Rekenkundige rijen	74
4.4.1	Expliciet voorschrift RR	74
4.4.2	Recursief voorschrift RR.....	75
4.5	Meetkundige rijen.....	76
4.5.1	Expliciet voorschrift MR	76
4.5.2	Recursief voorschrift MR.....	76
4.6	(Eindige) som van de termen van een (RR of MR) rij.....	77





4.6.1	Eindige som RR.....	77
4.6.2	Eindige som MR.....	77
4.7	Convergente en divergente rijen.....	78
4.7.1	Voorbeeld.....	78
4.7.2	Grafisch onderzoek convergentie en divergentie van een rij.....	79
4.7.3	Rekenkundige en meetkundige rijen.....	80
4.8	Onderzoeksopdracht veelhoeksgetallen.....	80
4.9	Webgrafiek.....	83
4.10	Webgrafieken voor meetkundige rijen.....	84
4.11	Financiële toepassingen.....	86
4.11.1	Enkelvoudige intrest.....	86
4.11.2	Samengestelde intrest.....	87
4.12	Methode van Heron.....	89
5	Algebraïsche functies.....	90
5.1	Inleiding.....	90
5.1.1	Even- en oneven functies.....	90
5.1.2	Domein en bereik van een reële functie.....	91
5.2	Veeltermfuncties.....	92
5.2.1	Eerstegraadsfuncties (en het gebruik van schuifknoppen).....	92
5.2.2	Tweedegraadsfunctie $f(x)=a.(x-p)^2+q$ (en het gebruik van Als[])....	94
5.2.3	Veeltermfuncties van een hogere graad dan 2.....	96
5.2.4	Nog een paar nuttige commando's i.v.m. veeltermfuncties.....	98
5.3	Rationale functies.....	100
5.4	Irrationale functies.....	101
5.5	Aanvinkvakje en Booleaanse operatoren.....	102
5.7	GeoGebra commando's voor het bepalen van nulwaarden.....	104
5.7.1	Voorafgaande opmerkingen.....	104
5.7.2	Commando's voor het bepalen van nulwaarden in GeoGebra Klassiek 6 en Suite.....	104
5.8	Aantal nulwaarden van een veeltermfuncties van de n-de graad.....	106
5.8.1	Functies van de eerste graad (rechte): $f(x) = a.x + b$	106
5.8.2	Functies van de tweede graad (parabool).....	107
5.8.3	Algemeen geval.....	108
5.8.4	MAXIMAAL aantal nulwaarden van een veeltermfunctie van graad n.....	110
5.9	Een algebraïsche eigenaardigheid !.....	113
5.10	Transformatie van de standaardhyperbool.....	118
5.11	Studie van de homografische functie.....	120
5.11.1	Parameters van een homografische functie.....	120
5.11.2	Oefeningen algemene formules voor homografische functie.....	121
5.11.3	Besluit: algemene omzettingformules.....	123
5.11	Vraagstukken rationale functies.....	124
5.11.1	Oefening 1: driehoek en rechthoek.....	124
	124	
5.11.2	Oefening 2: kostprijs van een advertentie.....	128
	128	
5.11.3	Oefening 3: ladder tegen gebouw.....	129
5.11.4	OPLOSSINGEN.....	130





5.12	OPLOSSINGEN	131
6	Grafieken van exponentiële en logaritmische functies.....	132
6.1	Opgave 1: exponentiële functie met grondtal a	132
6.2	Opgave 2: Lineair, kwadratisch of exponentieel !	134
6.3	Opgave 3: logaritmische functies met grondtal a	135
6.4	Opgave 4: Verband tussen exponentiële en logaritmische functies	137
6.5	Oefeningen	138
6.4	Verbetersleutel opgave 1: exponentiële functie met grondtal a	139
6.5	139	
6.6	Verbetersleutel opgave 2: Lineair, kwadratisch of exponentieel !.....	139
6.7	Verbetersleutel opgave 3: logaritmische functies met grondtal a	140
6.8	Verbetersleutel opgave 4: Verband tussen exponentiële en logaritmische functies 141	
6.9	Oefeningen	141
6	Transformaties van grafieken exponentiële en logaritmische functies	142
6.9	Herhaling: verschuiving van grafiek veeltermfunctie	142
6.10	Tekenverandering in het voorschrift van f	144
6.11	Algemene invloed van parameters.....	147
	6.11.1 Betekenis van s.....	147
	6.11.2 Betekenis van r.....	147
	6.11.3 Betekenis van b	148
	6.11.4 Betekenis van c	148
6.12	Samenvatting	149
6.13	Verbetersleutels transformaties exponentiële en logaritmische functies ..	150
	6.13.1 Herhaling: verschuiving van grafiek veeltermfunctie	150
	6.13.2 Tekenverandering in het voorschrift van f.....	151
	6.13.3 Betekenis van de parameters s,r,b,c.....	152
7	Inleiding goniometrische functies	153
7.1	De radiaal als hoekeenheid.....	153
7.2	De goniometrische getallen.....	154
7.3	Herhaling formules verwante hoeken	155
	7.3.1 Supplementaire hoeken.....	155
	7.3.2 Complementaire hoeken	156
	7.3.3 Tegengestelde hoeken	157
	7.3.4 Anti-supplementaire (diametraal tegenovergestelde) hoeken	158
7.4	De goniometrische functies	159
	7.4.1 De sinusfunctie.....	159
	7.4.2 De cosinusfunctie.....	160
	7.4.3 De tangensfunctie	161
7.5	Opmerkingen: slowplot en animatie	162
	OPMERKING 1	162
	OPMERKING 2	162
7.6	Creëren van een animatie van de sinusfunctie met GeoGebra.....	163
7	De algemene sinusfunctie $f(x) = a \cdot \sin(b(x-c)) + d$.....	164





7.7	Herhaling: de sinusfunctie $y = \sin(x)$	164
	164	
7.8	De algemene sinusfunctie.....	165
	Studie van de invloed van a, b, c en d voor $f(x)=a.\sin[b(x-c)] + d$ met $a > 0$ en ook $b > 0$	165
7.8.1	$f(x) = a.\sin(x)$ met $a > 0$ Verticale vervorming van $\sin(x)$	165
7.8.2	$f(x) = \sin(b.x)$ met $b > 0$ Horizontale vervorming van $\sin(x)$	166
7.8.3	$f(x) = \sin(x - c)$ Horizontale verschuiving.....	167
7.8.4	$f(x) = \sin(x) + d$ Verticale verschuiving.....	168
7.8.5	Algemene sinusfunctie $y = a.\sin[b.(x - c)]+ d$ met $a > 0$ en $b > 0$	169
7.8.6	Samenvatting	171
8	Afgeleiden	173
8.1	Inleidende begrippen en definities	173
8.1.1	Het begrip helling.....	173
8.1.2	Limietdefinitie van de afgeleide van f in a	175
8.2	Afleidbaarheid in een punt	177
8.2.1	Inleiding: betekenis afgeleide in wiskunde en fysica	177
8.2.2	Afleidbaar in een punt (of niet?).....	178
8.3	Afgeleide functie van een functie	180
8.3.1	Inleidend voorbeeld: helling raaklijn in verschillende punten.....	180
8.3.2	Afgeleide functies van standaardfuncties.....	181
8.3.3	Inleidend voorbeeld: helling raaklijn in verschillende punten.....	182
8.3.4	Afgeleide functies van standaardfuncties.....	183
8	Betekenis teken van de afgeleide functie	184
8.4	Betekenis van het teken van de afgeleide functie.....	184
8.4.1	Herhaling: stijgen en dalen van een eerste- en tweedegraadsfunctie.....	184
8.4.2	Veeltermfuncties met graad groter dan 2	189
8.5	Onderzoek afleidbaarheid van speciale functies.....	194
8.5.1	Voorbeeld 7: $f(x) = 3x^2$ (grafiek met keerpunt)	194
8.5.2	Voorbeeld 8: $f(x) = x^2 - 9$ (grafiek met knikpunten).....	196
8.5.3	Voorbeeld 9: $f(x) = 1x^2$	198
8.5.4	EXTRA voorbeelden.....	199
8.6	Betekenis tweede afgeleide functie	200
8.6.1	Herhaling: dalparabool of bergparabool.....	200
8.6.2	Verband kromming parabool en het teken van de tweede afgeleide.....	200
8.6.3	Kromming van een bergparabool en het teken van de tweede afgeleide	201
8.6.4	Veeltermfunctie van de derde graad en betekenis teken van de tweede afgeleide van f.....	202
8.6.5	Oefening op het herkennen grafiek van f, f' en f''	205
8.6.6	Herhalingsoefeningen: bespreking van de grafiek van veeltermfuncties	206
8	Stelling van Rolle en Lagrange.....	207
8.7	De stelling van Rolle.....	207
8.7.1	Inleiding.....	207
8.7.2	Uitgewerkte oefening en berekeningen	208
8.8	De middelwaardstelling van Lagrange.....	209





8.8.1	Inleiding.....	209
8.8.2	Uitgewerkte oefening	210
8.8.3	Illustratie middelwaardestelling Lagrange algemeen	212
9	Integraalrekening	213
9.1	Inleiding	213
9.1.1	Oppervlakte van veelhoeken	213
9.1.2	De oppervlakte van een parabolosegment.....	213
9.1.3	Een eenvoudig contextprobleem: de afgelegde weg in de fysica....	214
9.2	Het begrip georiënteerde oppervlakte	215
9.2.1	Het badwaterprobleem.....	215
	Voorbeeld 1	215
	Voorbeeld 2	217
9.2.2	Voorbeeld 3: beweging van een voorwerp	218
9.2.3	De oppervlaktefunctie	219
9.3	Ondersommen en bovensommen	220
9.4	Definitie van de bepaalde integraal.....	223
9.5	Meetkundige betekenis van de bepaalde integraal	225
	226	
9	Integraalrekening deel 2.....	227
9.6	De integraalfunctie (oppervlaktefunctie)	227
9.6.1	De integraalfunctie met $a = 0$	227
9.6.2	De integraalfunctie met ondergrens $a \neq 0$	230
9.7	De middelwaardestelling van de integraalrekening	231
	Als de functie f continu is in $[a,b]$, dan bestaat er een getal $c \in [a,b]$:	232
	$S = \int_a^b f(x) dx = b - a \cdot f(c)$	232
9.8	Hoofdstelling van de integraalrekening, primitieve functie, (on)bepaalde integraal	233
	233	
9.8.1	Hoofdstelling van de integraalrekening.....	233
	Als de functie f continu is in $[a,b]$, dan geldt in $[a,b]$:	233
	$\int_a^b ax dx = ax^2/2 + c$	233
9.8.2	Primitieve functie	234
9.8.3	De onbepaalde integraal	235
	235	
9.8.4	De bepaalde integraal	236
9.9	Oppervlakteberekening met integralen	237
9.9.1	Geval 1: oppervlakte is gelegen boven de X-as.....	237
9.9.2	Geval 2: oppervlakte gelegen onder de X-as	237
9.9.3	Geval 3: de gevraagde oppervlakte is gedeeltelijk gelegen boven en ook onder de X-as	238
9.9.4	Oppervlakte gelegen tussen twee krommen.....	239
9.10	Andere toepassingen	240
9.10.1	Tekenen van omwentelingslichamen	240
9.10.2	Inhoud van omwentelingslichamen.....	242
10	Mathematiseren met extremumproblemen	244
10.1	Oefening 1.....	244
10.2	Oefening 2.....	244





10.3	Oefening 3.....	245
10.4	Oefening 4.....	245
10.5	Oefening 5.....	246
10.6	Oefening 6.....	246
10.7	Uitgewerkte oplossingen extremumproblemen.....	247
1	Interface van GeoGebra SUITE	1
1.4	Inleiding	1
1.5	De menubalk.....	3
1.6	Het knoppenvenster	3
1.7	Het algebravenster	4
1.8	Het “slimme” invoerveld in GeoGebra Suite	5
1.9	Het tabelvenster	6
2	Dynamische meetkunde met GeoGebra Suite	7
2.1	De interface van GeoGebra meetkunde	7
2.1.1	Overzicht van de knoppen in het knoppenvenster.....	8
2.1.2	Een eenvoudige constructie met het knoppenvenster.....	9
2.2	Metten.....	10
2.2.1	Hoeken meten.....	10
2.2.2	Afstanden meten: de stelling van Viviani.....	12
2.2.3	Oppervlakte meten	13
2.2.4	Helling (rico) meten	13
2.3	Kegelsneden.....	14
2.3.1	Ellips, hyperbool en parabool	14
2.3.2	Ellips volgens de constructie van de tuinman.....	15
2.3.3	Superbiljart: de terugkaatsingswet voor een ellips.	17
2.4	Meetkundige plaats	19
2.4.1	Voorbeeld 1: Ladder tegen de muur	19
2.4.2	Voorbeeld 2: een strofoïde	20
2.5	Navigatiebalk en overzicht constructiestappen	21
2.5.1	Navigatiebalk: constructie raaklijnen uit punt aan cirkel	21
2.5.2	Overzicht constructiestappen: Vier rakende cirkels	22
2.6	Analytische meetkunde	25
2.6.1	Een vleugje geschiedenis... coördinatenmeetkunde	25
2.6.2	Ingeven van punten, rechten en cirkels in het algebravenster	25
2.6.3	Extra commando’s voor meetkunde in het algebravenster	27
2.6.4	Een aantal extra commando’s voor meetkunde.....	28
2.7	Cartesische vergelijkingen van rechten, cirkels en kegelsneden.....	30
2.7.1	Vergelijkingen van rechten ingeven.....	30
2.7.2	Vergelijkingen van cirkels ingeven	31





2.7.3	Vergelijkingen van kegelsneden.....	32
2.7.4	Krommen met impliciet voorschrift.....	34
3	Grafische voorstellingen	35
3.1	Smaakmaker: de functiemachine	35
3.2	Tekenen van de grafiek van een (reële) functie	36
3.2.1	Een eerstegraadsfunctie $f(x) = ax + b$	37
3.2.2	Een tweedegraadsfunctie $f(x) = ax^2 + bx + c$	38
3.2.3	Aanpassen van de grafiekgrenzen	38
3.2.4	Beperking van het domein van een functie	39
3.2.5	Stuksgewijs gedefinieerde functie	40
3.3	Verloop van de grafiek van een functie	41
3.3.1	Punt op een grafiek volgen	41
3.3.2	Nulwaarden van de grafiek van een functie	42
3.3.3	Snijpunten van 2 grafieken	43
3.4	Het commando <code>slowplot[]</code>	44
3.5	Speciale (niet algebraïsche) functies	45
3.5.1	Absolute waarde functie	45
3.5.2	De vloerfunctie en de ceilfunctie.....	45
3.5.3	De tekenfunctie $f(x) = \text{sign}(x)$	46
3.5.4	Voorbeeld van een speciale functie met perforatie en sprong:	46
3.6	Impliciete vergelijkingen (van een kromme)	47
3.7	Betekenis van parameters	48
3.8	Statische tekst.....	49
3.8.1	Statische tekst	49
3.8.2	Labels, naam en waarde, titel	50
3.8.3	Tekstcommando's: verticale en gedraaide tekst	51
3.8.4	Commando <code>TekstAlsBreuk()</code>	52
3.8.5	Label voorschrift van een functie als tekst	53
3.9	Dynamische tekst koppelen aan een meting.....	54
3.9.1	Dynamische formule in "gewone" tekst	54
3.9.2	Dynamische formules en LaTeX	55
3.9.3	Online LaTeX editors	56
3.10	LateX voor gevorderden met GeoGebra klassiek 5	57
3.10.1	Een uitgewerkt voorbeeld in GeoGebra klassiek 5	57
3.10.2	Formules met LaTeX in GeoGebra Klassiek 5.....	59
3.11	Voorwaardelijke tekst met GeoGebra 5 klassiek.....	61
4	RIJEN	65
4.1	Inleiding	65
4.1.1	Som van de eerste 100 natuurlijke getallen	65
4.1.2	Opstellen van de formule voor het n-de driehoeksgetal	65
4.1.3	Afspraken en definities	67
4.1.4	Een paar voorbeelden van rijen	67
4.1.5	Voorstellingswijzen van rijen	67
4.2	Rijen met GeoGebra	68
4.2.1	Expliciet voorschrift: het commando <code>rij ()</code>	68
4.2.2	Recursief voorschrift: commando's <code>iteratie()</code> en <code>iteratielijst()</code>	68
4.2.3	De rij van Fibonacci	70





4.2.4	Gemengde vorm (recursief en expliciet).....	71
4.3	Nog enkele nuttige GeoGebra commando's voor rijen.....	72
4.3.1	Termen van een rij als breuk weergeven.....	73
4.4	Rekenkundige rijen.....	74
4.4.1	Expliciet voorschrift RR.....	74
4.4.2	Recursief voorschrift RR.....	75
4.5	Meetkundige rijen.....	76
4.5.1	Expliciet voorschrift MR.....	76
4.5.2	Recursief voorschrift MR.....	76
4.6	(Eindige) som van de termen van een (RR of MR) rij.....	77
4.6.1	Eindige som RR.....	77
4.6.2	Eindige som MR.....	77
4.7	Convergente en divergente rijen.....	78
4.7.1	Voorbeeld.....	78
4.7.2	Grafisch onderzoek convergentie en divergentie van een rij.....	79
4.7.3	Rekenkundige en meetkundige rijen.....	80
4.8	Onderzoeksopdracht veelhoeksgetallen.....	80
4.9	Webgrafiek.....	83
4.10	Webgrafieken voor meetkundige rijen.....	84
4.11	Financiële toepassingen.....	86
4.11.1	Enkelvoudige intrest.....	86
4.11.2	Samengestelde intrest.....	87
4.12	Methode van Heron.....	89
5	Algebraïsche functies.....	90
5.1	Inleiding.....	90
5.1.1	Even- en oneven functies.....	90
5.1.2	Domein en bereik van een reële functie.....	91
5.2	Veeltermfuncties.....	92
5.2.1	Eerstegraadsfuncties (en het gebruik van schuifknoppen).....	92
5.2.2	Tweedegraadsfunctie $f(x)=a.(x-p)^2+q$ (en het gebruik van Als [])	94
5.2.3	Veeltermfuncties van een hogere graad dan 2.....	96
5.2.4	Nog een paar nuttige commando's i.v.m. veeltermfuncties.....	98
5.3	Rationale functies.....	100
5.4	Irrationale functies.....	101
5.5	Aanvinkvakje en Booleaanse operatoren.....	102
5.7	GeoGebra commando's voor het bepalen van nulwaarden.....	104
5.7.1	Voorafgaande opmerkingen.....	104
5.7.2	Commando's voor het bepalen van nulwaarden in GeoGebra Klassiek 6 en Suite.....	104
5.8	Aantal nulwaarden van een veeltermfuncties van de n-de graad.....	106
5.8.1	Functies van de eerste graad (rechte): $f(x) = a.x + b$	106
5.8.2	Functies van de tweede graad (parabool).....	107
5.8.3	Algemeen geval.....	108
5.8.4	MAXIMAAL aantal nulwaarden van een veeltermfunctie van graad n110	
5.9	Een algebraïsche eigenaardigheid !.....	113
5.10	Transformatie van de standaardhyperbool.....	118





5.11	Studie van de homografische functie	120
5.11.1	Parameters van een homografische functie	120
5.11.2	Oefeningen algemene formules voor homografische functie	121
5.11.3	Besluit: algemene omzettingsformules	123
5.11	Vraagstukken rationale functies	124
5.11.1	Oefening 1: driehoek en rechthoek	124
	124	
5.11.2	Oefening 2: kostprijs van een advertentie	128
	128	
5.11.3	Oefening 3: ladder tegen gebouw	129
5.11.4	OPLOSSINGEN	130
5.12	OPLOSSINGEN	131
6	Grafieken van exponentiële en logaritmische functies	132
6.1	Opgave 1: exponentiële functie met grondtal a	132
6.2	Opgave 2: Lineair, kwadratisch of exponentieel !	134
6.3	Opgave 3: logaritmische functies met grondtal a	135
6.4	Opgave 4: Verband tussen exponentiële en logaritmische functies	137
6.5	Oefeningen	138
6.4	Verbetersleutel opgave 1: exponentiële functie met grondtal a	139
6.5	139	
6.6	Verbetersleutel opgave 2: Lineair, kwadratisch of exponentieel !	139
6.7	Verbetersleutel opgave 3: logaritmische functies met grondtal a	140
6.8	Verbetersleutel opgave 4: Verband tussen exponentiële en logaritmische functies	141
6.9	Oefeningen	141
6	Transformaties van grafieken exponentiële en logaritmische functies	142
6.9	Herhaling: verschuiving van grafiek veeltermfunctie	142
6.10	Tekenverandering in het voorschrift van f	144
6.11	Algemene invloed van parameters	147
6.11.1	Betekenis van s	147
6.11.2	Betekenis van r	147
6.11.3	Betekenis van b	148
6.11.4	Betekenis van c	148
6.12	Samenvatting	149
6.13	Verbetersleutels transformaties exponentiële en logaritmische functies ..	150
6.13.1	Herhaling: verschuiving van grafiek veeltermfunctie	150
6.13.2	Tekenverandering in het voorschrift van f	151
6.13.3	Betekenis van de parameters s,r,b,c	152
7	Inleiding goniometrische functies	153
7.1	De radiaal als hoekeenheid	153
7.2	De goniometrische getallen	154
7.3	Herhaling formules verwante hoeken	155
7.3.1	Supplementaire hoeken	155
7.3.2	Complementaire hoeken	156
7.3.3	Tegengestelde hoeken	157





7.3.4	Anti-supplementaire (diametraal tegenovergestelde) hoeken	158
7.4	De goniometrische functies	159
7.4.1	De sinusfunctie	159
7.4.2	De cosinusfunctie	160
7.4.3	De tangensfunctie	161
7.5	Opmerkingen: slowplot en animatie	162
	OPMERKING 1	162
	OPMERKING 2	162
7.6	Creëren van een animatie van de sinusfunctie met GeoGebra	163
7	De algemene sinusfunctie $f(x) = a \cdot \sin(b(x-c)) + d$	164
7.7	Herhaling: de sinusfunctie $y = \sin(x)$	164
	164	
7.8	De algemene sinusfunctie	165
	Studie van de invloed van a, b, c en d voor $f(x) = a \cdot \sin[b(x-c)] + d$ met $a > 0$ en ook $b > 0$	165
7.8.1	$f(x) = a \cdot \sin(x)$ met $a > 0$ Verticale vervorming van $\sin(x)$	165
7.8.2	$f(x) = \sin(b \cdot x)$ met $b > 0$ Horizontale vervorming van $\sin(x)$	166
7.8.3	$f(x) = \sin(x - c)$ Horizontale verschuiving	167
7.8.4	$f(x) = \sin(x) + d$ Verticale verschuiving	168
7.8.5	Algemene sinusfunctie $y = a \cdot \sin[b \cdot (x - c)] + d$ met $a > 0$ en $b > 0$...	169
7.8.6	Samenvatting	171
8	Afgeleiden	173
8.1	Inleidende begrippen en definities	173
8.1.1	Het begrip helling	173
8.1.2	Limietdefinitie van de afgeleide van f in a	175
8.2	Afleidbaarheid in een punt	177
8.2.1	Inleiding: betekenis afgeleide in wiskunde en fysica	177
8.2.2	Afleidbaar in een punt (of niet?)	178
8.3	Afgeleide functie van een functie	180
8.3.1	Inleidend voorbeeld: helling raaklijn in verschillende punten	180
8.3.2	Afgeleide functies van standaardfuncties	181
8.3.3	Inleidend voorbeeld: helling raaklijn in verschillende punten	182
8.3.4	Afgeleide functies van standaardfuncties	183
8	Betekenis teken van de afgeleide functie	184
8.4	Betekenis van het teken van de afgeleide functie	184
8.4.1	Herhaling: stijgen en dalen van een eerste- en tweedegraadsfunctie	184
8.4.2	Veeltermfuncties met graad groter dan 2	189
8.5	Onderzoek afleidbaarheid van speciale functies	194
8.5.1	Voorbeeld 7: $f(x) = 3x^2$ (grafiek met keerpunt)	194
8.5.2	Voorbeeld 8: $f(x) = x^2 - 9$ (grafiek met knikpunten)	196
8.5.3	Voorbeeld 9: $f(x) = 1x^2$	198
8.5.4	EXTRA voorbeelden	199
8.6	Betekenis tweede afgeleide functie	200
8.6.1	Herhaling: dalparabool of bergparabool	200
8.6.2	Verband kromming parabool en het teken van de tweede afgeleide	200
8.6.3	Kromming van een bergparabool en het teken van de tweede afgeleide	201





8.6.4	Veeltermfunctie van de derde graad en betekenis teken van de tweede afgeleide van f	202
8.6.5	Oefening op het herkennen grafiek van f , f' en f''	205
8.6.6	Herhalingsoefeningen: bespreking van de grafiek van veeltermfuncties	206
8	Stelling van Rolle en Lagrange.....	207
8.7	De stelling van Rolle.....	207
8.7.1	Inleiding.....	207
8.7.2	Uitgewerkte oefening en berekeningen	208
8.8	De middelwaardestelling van Lagrange.....	209
8.8.1	Inleiding.....	209
8.8.2	Uitgewerkte oefening	210
8.8.3	Illustratie middelwaardestelling Lagrange algemeen	212
9	Integraalrekening.....	213
9.1	Inleiding	213
9.1.1	Oppervlakte van veelhoeken	213
9.1.2	De oppervlakte van een paraboolsegment.....	213
9.1.3	Een eenvoudig contextprobleem: de afgelegde weg in de fysica....	214
9.2	Het begrip georiënteerde oppervlakte.....	215
9.2.1	Het badwaterprobleem.....	215
	Voorbeeld 1.....	215
	Voorbeeld 2.....	217
9.2.2	Voorbeeld 3: beweging van een voorwerp.....	218
9.2.3	De oppervlaktefunctie	219
9.3	Ondersommen en bovensommen.....	220
9.4	Definitie van de bepaalde integraal.....	223
9.5	Meetkundige betekenis van de bepaalde integraal	225
	226	
9	Integraalrekening deel 2.....	227
9.6	De integraalfunctie (oppervlaktefunctie)	227
9.6.1	De integraalfunctie met $a = 0$	227
9.6.2	De integraalfunctie met ondergrens $a \neq 0$	230
9.7	De middelwaardestelling van de integraalrekening.....	231
	Als de functie f continu is in $[a,b]$, dan bestaat er een getal $c \in [a,b]$:	232
	$S = \int_a^b f(x) dx = b \cdot f(c)$	232
9.8	Hoofdstelling van de integraalrekening, primitieve functie, (on)bepaalde integraal	233
	9.8.1 Hoofdstelling van de integraalrekening.....	233
	Als de functie f continu is in $[a,b]$, dan geldt in $[a,b]$:	233
	$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$	233
	9.8.2 Primitieve functie.....	234
	9.8.3 De onbepaalde integraal.....	235
	235	
	9.8.4 De bepaalde integraal.....	236
9.9	Oppervlakteberekening met integralen	237
9.9.1	Geval 1: oppervlakte is gelegen boven de X-as.....	237





9.9.2	Geval 2: oppervlakte gelegen onder de X-as	237
9.9.3	Geval 3: de gevraagde oppervlakte is gedeeltelijk gelegen boven en ook onder de X-as	238
9.9.4	Oppervlakte gelegen tussen twee krommen.....	239
9.10	Andere toepassingen	240
9.10.1	Tekenen van omwentelingslichamen	240
9.10.2	Inhoud van omwentelingslichamen.....	242
10	Mathematiseren met extremumproblemen	244
10.1	Oefening 1.....	244
10.2	Oefening 2.....	244
10.3	Oefening 3.....	245
10.4	Oefening 4.....	245
10.5	Oefening 5.....	246
10.6	Oefening 6.....	246
10.7	Uitgewerkte oplossingen extremumproblemen.....	247

